أولاً : أكمل :

١) زاوية الاحتكاك هي الزاوية المحصورة بين ...قوة رد الفعل العمودي ورد الفعل المحصل...

٢) معامل الاحتكاك هو النسبة بين ...قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي...

٣) في الشكل المقابل : إذا كانت المجموعة على وشك الحركة ،

٥كجم

٢كجم

فإن معامل الاحتكاك = ...$\frac{٢}{٥}$... .

٤) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقي بزاوية قياسها = حتا$^{-1}$ $\frac{٣}{٥}$ و كان على وشك الإنزلاق فإن معامل الاحتكاك = ...$\frac{٤}{٣}$... .

٥) في الشكل المقابل : إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ - ٤ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ = ٨ $\overrightarrow{س}$ + ٦ $\overrightarrow{ص}$ ،

و كان معامل الاحتكاك بين الجسم و المستوى = $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ و كان الجسم على وشك الحركة .

فإن كتلة الجسم = ...٢٥... جم. (|| $\overrightarrow{ق_1}$ || ، || $\overrightarrow{ق_2}$ || ، بثقل الجرام)

٦) إذا كانت قوة الاحتكاك النهائي = ٦٠ نيوتن ، و معامل الاحتكاك = ٠,٧٥ ، فإن رد الفعل المحصل = ...١٠٠... نيوتن

٧) إذا كان معامل الاحتكاك بين جسم و مستوى = ١ ، فإن قياس زاوية الاحتكاك = ...٤٥°... .

٨) في الشكل المقابل :: طا هـ = $\frac{٤}{٣}$ ، و كتلة كفة الميزان = ١جم

و كتلة الجسم على المستوى ٢٠جم . أوجد :

٢٠جم

أ) إذا كان أصغر ثقل يوضع في الكفة لحفظ التوازن = ٧ث جم،

فإن معامل الاحتكاك = ...$\frac{٢}{٣}$... .

أأ) أكبر ثقل يوضع في الكفة لحفظ التوازن = ...٢٣... ث جم .

٩) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ تؤثر في النقطة أ(٢ ، -١) ، $\overrightarrow{ق_2}$ = م $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ تؤثر في النقطة ب(٤ ، ٣)

فإن :

أ) عزم $\overrightarrow{ق_1}$ حول أ = ...($\overrightarrow{٠}$) أو ($\overrightarrow{و}$)...

أأ) البعد بين نقطة ب و خط عمل $\overrightarrow{ق_1}$ = ...$\frac{٤}{٥}$ وحدة طول...

أأأ) المركبة الجبرية للقوة $\overrightarrow{ق_1}$ في اتجاه $\overrightarrow{أب}$ = ...$\frac{١١}{\sqrt{٥}}$...

أv) إذا كانت $\overrightarrow{ق_1}$ = $\overrightarrow{ق_2}$ ، فإن م = ...٣... ، و محصلة $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ تمر بالنقطة ...(٣ ، ١)...

١٠) إذا كان $\overrightarrow{أ}$ = ٢ $\overrightarrow{س}$ - ٣ $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب}$ = $\overrightarrow{س}$ + $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ج}$ = $\overrightarrow{س}$ - $\overrightarrow{ص}$ فإن :

أ) $\overrightarrow{أ}$ × ($\overrightarrow{ب}$ × $\overrightarrow{ج}$) = ...٦ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$...

أأ) ($\overrightarrow{أ}$ × $\overrightarrow{ب}$) ⊙ $\overrightarrow{ج}$ = ...صفر...

أأأ) ($\overrightarrow{أ}$ + $\overrightarrow{ب}$) ⊙ $\overrightarrow{ج}$ = ...٥... .

أv) مساحة سطح المثلث المرسوم على $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{ج}$ = ...(١) وحدة مربعة

(١١) إذا كان أ ، ب متجهي وحدة قياس الزاوية بينهما = θ فإن ٢(أ ⊙ ب) || أ × ب ||
= جا ٢θ . .

(١٢) إذا كانت ق١ ، ق٢ قوتان متوازيتان متضادتان في الاتجاه فإن محصلتهما ح = ق١ − ق٢

(١٣) قوة ق عزمها بالنسبة للنقطة (٣ ، ٤) = ١٠ ع ، وعزمها بالنسبة للنقطة (−١ ، ٢) = −١٠ ع

فإنها عزمها حول النقطة (١ ، ٣) يساوي ٠

(١٤) إذا كان أ ، ب متجهي وحدة فإن (أ ⊙ ب)^{٢} + || أ × ب ||^{٢} = ...١.... .

(١٥) قوة ق = ٢ س − ٥ ص عزمها بالنسبة للنقطة (١ ، ٣) = ٠ فإن عزمها بالنسبة للنقطة (−١ ، −٣) = ..−٢٢.. ع

(١٦) إذا كانت محصلة قوتين متوازيتين = ٤ س + ٥ ص وكانت إحدى هاتين القوتين تساوي ١٢ س + ك ص فإن ك = ..١٥... ، القوة الثانية = .−٨.س + −١٠ ص

(١٧) قياس الزاوية بين المتجهين ٣ س + ٤ ص ، ٨ س − ٦ ص يساوي ...٩٠°.. .

(١٨) إذا كانت ق١ // ق٢ ، || ق١ || = ١٠ نيوتن ، || ح || = ٦ نيوتن فإن || ق٢ || = ٤ أو ١٦ .. نيوتن.

(١٩) في الشكل المقابل:−

أ جـ = ب د = $\frac{١}{٢}$ جـ د

ب أ جـ د

ووزن القضيب ٧ نيوتن يؤثر في منتصفه

أكبر ثقل يعلق من أ لحفظ التوازن = ..٦... نيوتن

وعندئذ يكون الضغط عند جـ = ..١٤.. نيوتن ، الضغط عند د = .صفر... نيوتن.

(٢٠) إذا انعدم مجموع عزوم عدة قوى حول نقطة أ فإن خط عمل المحصلة يمر بنفس النقطة أ

(٢١) إذا انعدم مجموع متجهات مجموعة من القوى فإن هذه المجموعة متزنه

(٢٢) إذا كانت ق١ = ٣ س − ٤ ص ، ق٢ = أ س + ٤ ص تؤثران في النقطتين (٢ ، ٥) ، (−١ ، ٤) على الترتيب وتكونان ازدواجاً فإن:−

(I) معيار عزم الازدواج = ...١٥... .

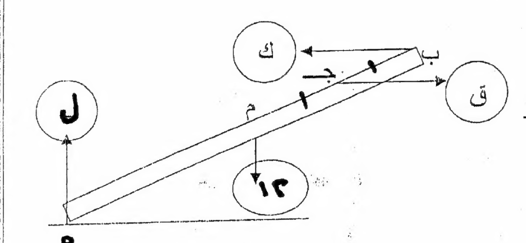
(II) مجموع عزمي ق١ ، ق٢ بالنسبة للنقطة (٥ ، $\sqrt{٣}$) = ..−١٥.. ع

(٢٣) إذا كان أ (٢ ، ٣) ، ب (−١ ، ٧) فإن مركبة القوة ق = ٢٠ س − ١٥ ص في اتجاه أ ب =
($\frac{٧٢}{٥}$ ، $\frac{−٩٦}{٥}$)

(٢٤) لأي ثلاث متجهات غير صفرية أ ، ب ، جـ تقع في مستوى واحد يكون (أ × ب) ⊙ جـ
= ..صفر .

(٢٥) يتكافأ ازدواجين ج١ ، ج٢ إذا كان ج١ = ج٢ ويتزنان إذا كان ج١ + ج٢ = ٠

(٢٦) من الممكن أن يتزن سلم إذا ارتكز بطرفه العلوي على حائط رأسي أملس وبطرفه السفلي على أرض أفقية . خطأ



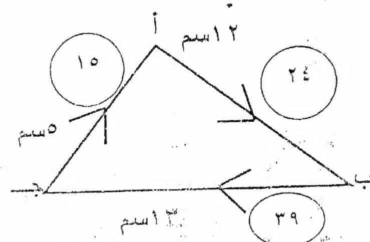
(٢٧) في الشكل المقابل:- ٢٤أب = ب م

أب قضيب منتظم وزنه ١٢ نيوتن ، جا هـ = $\frac{٣}{٥}$

ومتزن تحت تأثير القوى الموضحة

∴ ق + ك + ل = ..٦.٧. نيوتن.

(٢٨) إذا اتزن ازدواجين ج١ ، ج٢ وكان ج١ = ١٥ ع فإن ج١ - ج٢ = ...٣٠ع.



(٢٩) في الشكل المقابل:- (مقادير القوى بالنيوتن)

(I) مجموع عزوم القوى حول أ = ...١٨٠

(II) مجموع عزوم القوى حول ب = ١٨٠..

(III) مجموع عزوم القوى حول جـ = ..١٢٠.

(VI) مقدار القوة التي تضاف للمجموعة لتكافئ ازدواج = ..١٢... نيوتن وتؤثر في ..جـ أ..

ويكون معيار عزم هذا الازدواج = ..١٨٠ نيوتن.سم

(٣٠) إذا كونت مجموعة من القوى ازدواج وكانت النقط أ ، ب ، جـ في مستوى هذه القوى وكان جب + ججـ = ٢٢ ع فإن جم = ..١١ع.

« اجابة الأسئلة النظرية والاستاتيكا »

الحل :-

① قوة رد الفعل المحصل ورد الفعل العمودي

② قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي

③ ∵ الجسم على وشك الحركة

∴ معادلات الاتزان هي

$\text{سـ} = 2 \times 9{,}8$ ، $\text{ر} = \text{ك} \times 9{,}8$ ، $\text{سـ} = \text{م ر}$

∴ $2 \times 9{,}8 = 3 \times \text{ك} \times 9{,}8$ ∴ $2 = 5\text{م}$ ∴ $\boxed{\text{م} = \frac{2}{5}}$

④ ∵ $\text{هـ} = \text{جتا}^{-1} \frac{3}{5}$ ∴ $\text{جتا هـ} = \frac{3}{5}$

∵ الجسم على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط

∴ قياس زاوية ميل المستوى على الأفقي = قياس زاوية الاحتكاك

أى أن $\text{هـ} = \text{ل}$ ⟸ $\text{ظا هـ} = \text{ظا ل} = \text{م}$

∴ $\boxed{\text{م} = \frac{4}{3}}$

⑤ ∵ $\overline{\text{ق}_1} = 3\,\overline{\text{س}} - 4\,\overline{\text{ص}}$ ⟸ $\text{ق}_1 = \|\overline{\text{ق}_1}\| = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ ث.جم

∵ $\overline{\text{ق}_2} = 8\,\overline{\text{س}} + 6\,\overline{\text{ص}}$ ⟸ $\text{ق}_2 = \|\overline{\text{ق}_2}\| = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ ث.جم

حيث معيار ق_1 ، ق_2 بـ ث.جم

$\text{ميل } \overline{\text{ق}_1} \times \text{ميل } \overline{\text{ق}_2} = \frac{-4}{3} \times \frac{6}{8} = \frac{-24}{24} = -1$

∴ $\overline{\text{ق}_1} \perp \overline{\text{ق}_2}$ ∴ قياس الزاوية بينهما $= 90^\circ$

(لنفرض ان ى قياس الزاوية بين خطي عمل ق_1 ، ق_2)

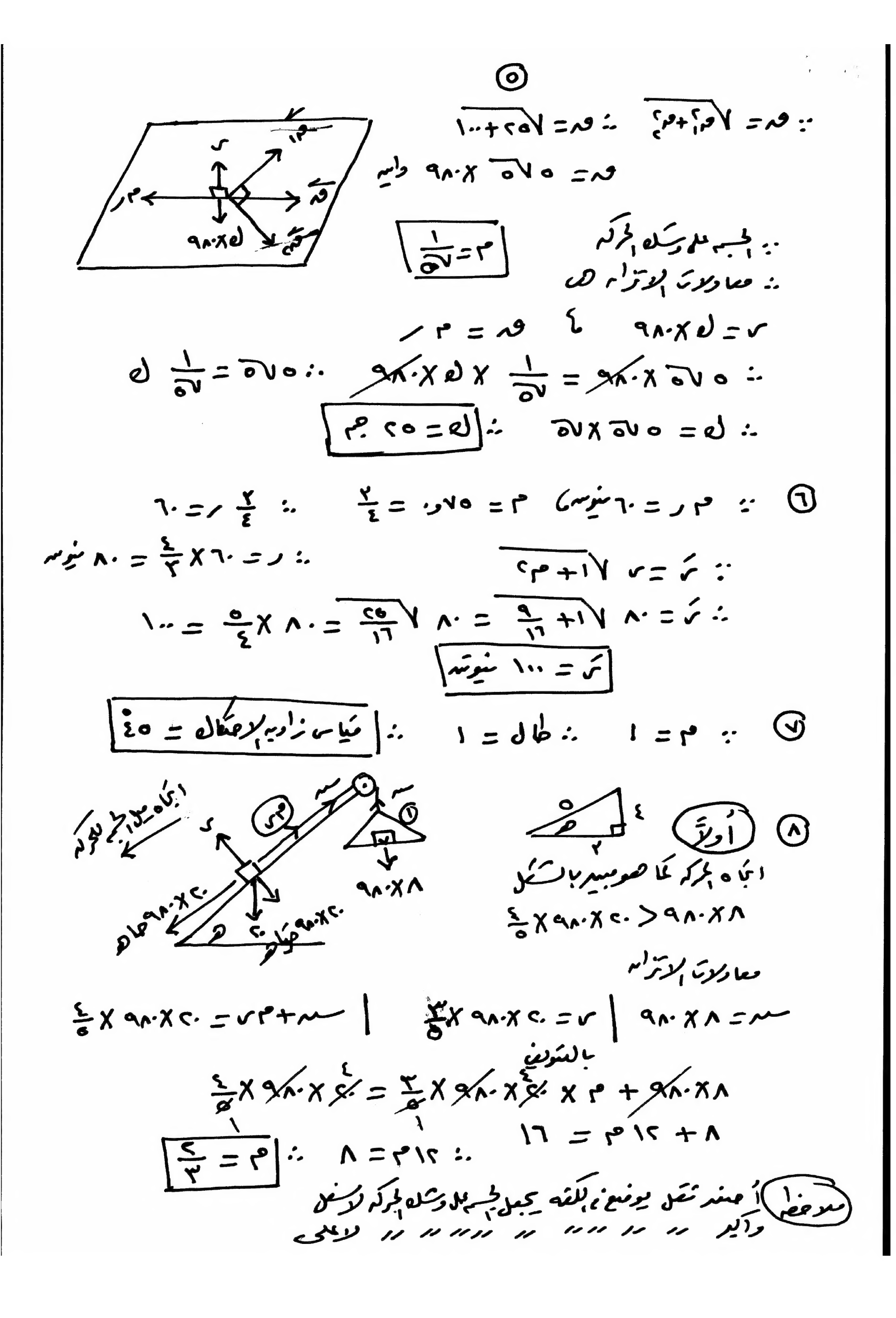
⟸ أو ∵ $\overline{\text{ق}_1} \odot \overline{\text{ق}_2} = (3, -4) \odot (8, 6) = 24 - 24 = 0$

∴ $\overline{\text{ق}_1} \perp \overline{\text{ق}_2}$

⟸ أو $\text{جتا ى} = \frac{\overline{\text{ق}_1} \odot \overline{\text{ق}_2}}{\|\overline{\text{ق}_1}\| \|\overline{\text{ق}_2}\|} = \frac{0}{5 \times 10} = 0$ ∴ $\text{ى} = 90^\circ$

⟸ أو ∵ $\text{جا ى} = \frac{\|\overline{\text{ق}_1} \times \overline{\text{ق}_2}\|}{\|\overline{\text{ق}_1}\| \|\overline{\text{ق}_2}\|} = \frac{\|(24+26)\overline{\text{ع}}\|}{5 \times 10} = \frac{50}{50} = 1$

∴ $\text{ى} = 90^\circ$



(٥)

∵ $ق = \sqrt{م_1^2 + م_2^2}$ ∴ $ق = \sqrt{٢٥ + ١٠٠}$

$ق = ٥\sqrt{٥} \times ٩٨٠$ داين

∵ الجسم على وشك الحركة

∴ مقاومات الاحتكاك

$م = \frac{١}{\sqrt{٥}}$

$ر = ك \times ٩٨٠$ ، $ق = م ر$

∴ $٥\sqrt{٥} \times ٩٨٠ = \frac{١}{\sqrt{٥}} \times ك \times ٩٨٠$ ∴ $٥\sqrt{٥} = \frac{١}{\sqrt{٥}} ك$

∴ $ك = ٥\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}$ ∴ ك = ٢٥ جم

(٦) ∵ م ر = ٦٠ نيوتن ، $م = ٠{,}٧٥ = \frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{٣}{٤} ر = ٦٠$

∴ $ر = ٦٠ \times \frac{٤}{٣} = ٨٠$ نيوتن

∵ $رَ = ر\sqrt{١ + م^2}$

∴ $رَ = ٨٠\sqrt{١ + \frac{٩}{١٦}} = ٨٠\sqrt{\frac{٢٥}{١٦}} = ٨٠ \times \frac{٥}{٤} = ١٠٠$

رَ = ١٠٠ نيوتن

(٧) ∵ م = ١ ∴ ظا ل = ١ ∴ قياس زاوية الاحتكاك = ٤٥°

(٨) أولاً

اتجاه الحركة كما هو مبين بالشكل

$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ > ٩٨٠ \times ٨$

مقاومات الاحتكاك

ش = ٩٨٠ × ٨ | $ر = \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠$ | $ش + م ر = \frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠$

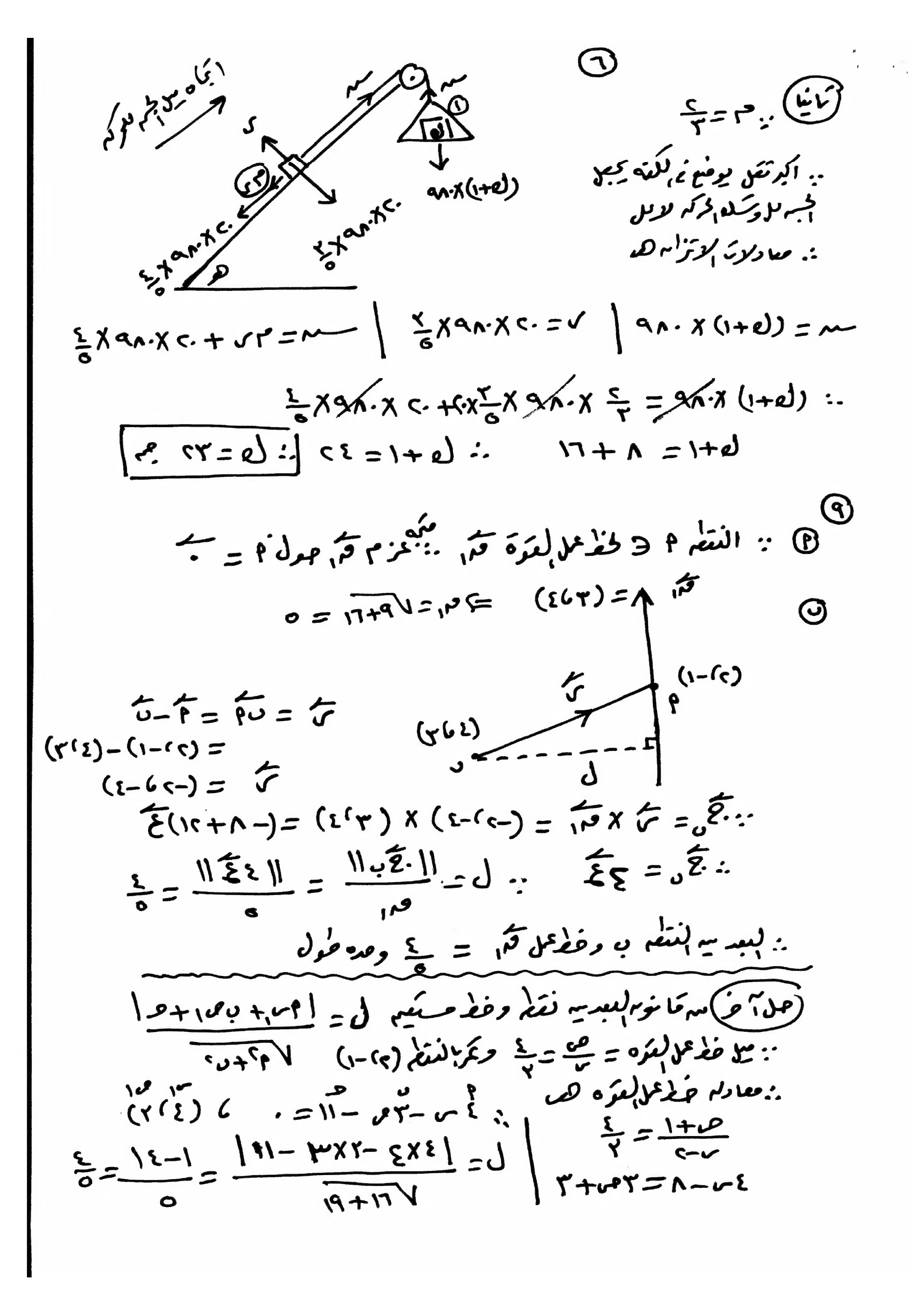
بالتعويض

$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ = \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ \times م + ٩٨٠ \times ٨$

١٦ = ١٢م + ٨

∴ ١٢م = ٨ ∴ $م = \frac{٢}{٣}$

ملحوظة (١٠) أ) عندما تكون موضوع الكتلة يجعل الجسم على وشك الحركة لأسفل
وأكبر " " " " " " " لأعلى



(٦)

ثانياً ∵ م = ٢/٣

∵ الكرتين بوضعهما في الكفة يجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

∴ معادلات الاتزان هي

ش = ٩٨٠ × (ك+١) | ر = ٣/٥ × ٩٨٠ × ٢٠ | ش = م ر + ٤/٥ × ٩٨٠ × ٢٠

∴ ٩٨٠ × (ك+١) = ٢/٣ × ٩٨٠ × ٣/٥ × ٢٠ + ٤/٥ × ٩٨٠ × ٢٠

ك+١ = ٨ + ١٦ ∴ ك+١ = ٢٤ ∴ **ك = ٢٣ جم**

(٩)

(أ) ∵ النقطة أ ∈ خط عمل القوة ق١ ∴ مجموع عزم ق١ حول أ = ٠

(ب) ق١ = (٣، ٤) ⇐ ||ق١|| = √(٩+١٦) = ٥

ر = ب أ = أ − ب = (٢، −١) − (٤، ٣) = (−٢، −٤)

∴ جـب = ر × ق١ = (−٢، −٤) × (٣، ٤) = (−٨ + ١٢) ع = ٤ع

∴ جـب = ٤ع ∴ ل = ||جـب|| / ||ق١|| = ||٤ع|| / ٥ = ٤/٥

∴ البعد بين النقطة ب وخط عمل ق١ = ٤/٥ وحدة طول

حل آخر: من قانون البعد بين نقطة وخط مستقيم ل = |أ س١ + ب ص١ + جـ| / √(أ² + ب²)

∵ ميل خط عمل القوة = ص/س = ٤/٣ ويمر بالنقطة (٢، −١)

∴ معادلة خط عمل القوة هي

(ص+١)/(س−٢) = ٤/٣

٣ص + ٣ = ٤س − ٨

∴ ٤س − ٣ص − ١١ = ٠ ، (٤، ٢)

ل = |٤×٤ − ٣×٢ − ١١| / √(١٦+٩) = (١٤−١)/٥ = ٤/٥

٧) أب = ب − أ = (٤،٣) − (٢،−١) = (٢،٤)

ق١ = (٣،٤)

جـ) المركبة الجبرية (المسقط الجبري) للقوة ق١ في اتجاه أب = (ق١ ⊙ أب) / ‖أب‖

= ((٣،٤) ⊙ (٢،٤)) / √(٤+١٦) = (٦+١٦) / (٢√٥)

= ٢٢ / (٢√٥) = ١١ / √٥ = ١١√٥ / ٥

(ملحوظة) المركبة الاتجاهية للقوة ق١ في اتجاه أب = (ق١ ⊙ أب) / ‖أب‖٢ . أب

= (٢٢ / ٢٠) (٢،٤) = (٤٤ / ٢٠ ، ٨٨ / ٢٠)

= (١١ / ٥ ، ٢٢ / ٥)

د) ∵ ق١ = ق٢ ∴ (٣،٤) = (م،٤) ⟸ م = ٣

∵ القوتان متساويتان وفي نفس الاتجاه ∴ خط عمل المحصلة يمر بمنتصف أب

أي أن محصلة القوتين ق١، ق٢ تمر بالنقطة (٣،١)

١٠) ∵ أ = (٢،−٣) ، ب = (١،١) ، جـ = (١،−١)

∴ ب × جـ = (١،١) × (١،−١) = (−١ −١) ع = −٢ ع

، أ × ب = (٢،−٣) × (١،١) = (٢+٣) ع = ٦ ع

، أ + ب = (٢،−٣) + (١،١) = (٣،−٢)

أ) أ × (ب × جـ) = (٢،−٣) × −٢ ع = (٢ س − ٣ ص) × −٢ ع

= −٤ س × ع + ٦ ص × ع

= −٤ × −ص + ٦ س = ٦ س + ٤ ص

ب) (أ × ب) ⊙ جـ = ٦ ع ⊙ (س − ص) = ٦ ع ⊙ س − ٦ ع ⊙ ص

= ٠ − ٠ = صفر

(جـ) $(\vec{أ} + \vec{ب}) \odot \vec{جـ}$ = (٣ ، -٢) ⊙ (١ ، -١) = ٣ + ٢ = ٥

(د) مساحة سطح المثلث المرسوم على $\vec{ب}$ ، $\vec{جـ}$ = $\frac{\| \vec{ب} \times \vec{جـ} \|}{٢}$ = $\frac{\| -٢ \vec{ع} \|}{٢}$ = $\frac{٢}{٢}$

= ١ وحدة مربعة

(١١) ∵ $\vec{أ}$ ، $\vec{ن}$ متجهي وحدة ∴ $\|\vec{أ}\| = ١$ ، $\|\vec{ن}\| = ١$

∴ $\vec{أ} \odot \vec{ن}$ = $\|\vec{أ}\| \, \|\vec{ن}\|$ جتا هـ = ١ × ١ × جتا هـ = جتا هـ ← (١)

∴ $\vec{أ} \times \vec{ن}$ = ($\|\vec{أ}\| \, \|\vec{ن}\|$ جا هـ) $\vec{ى}$ = (١ × ١ × جا هـ) $\vec{ى}$ = (جا هـ) $\vec{ى}$

∴ $\| \vec{أ} \times \vec{ن} \|$ = جا هـ ← (٢)

من (١) ، (٢) ينتج

٢ ($\vec{أ} \odot \vec{ن}$) $\| \vec{أ} \times \vec{ن} \|$ = ٢ جتا هـ جا هـ = جا ٢ هـ

(١٢) $\vec{جـ}$ = $\vec{ق_٢}$ - $\vec{ق_١}$

(١٣) ∵ متجه العزم حول النقطة الأولى = - متجه العزم حول النقطة الثانية للتأثير القوة

∴ خط عمل القوة يمر بمنتصف المسافة بينهما

∴ خط عمل القوة يمر بالنقطة د (١ ، ٣)

لاحظ $\vec{جـ}_د$ = $\vec{٠}$

ق ، أ (٢ ، ٤) ، (١ ، ٣) ، د ، (-١ ، ٢) ، ب

(١٤) ∵ $\|\vec{أ}\| = \|\vec{ن}\| = ١$ لأن $\vec{أ}$ ، $\vec{ن}$ متجها وحدة

وكما سبق في (١١) $\vec{أ} \odot \vec{ن}$ = جتا هـ ، $\| \vec{أ} \times \vec{ن} \|$ = جا هـ

∴ $(\vec{أ} \odot \vec{ن})^٢ + \| \vec{أ} \times \vec{ن} \|^٢$ = جتا^٢ هـ + جا^٢ هـ = ١

(١٥) ∵ متجه عزم القوة ق حول (١ ، ٣) يساوي صفر ∴ خط عمل القوة يمر بهذه النقطة

∴ $\vec{ب أ}$ = $\vec{ر}$ = $\vec{أ}$ - $\vec{ب}$ = (١ ، ٣) - (-١ ، -٣) = (٢ ، ٦)

∴ $\vec{جـ}_ب$ = $\vec{ر} \times \vec{ق}$ = (٢ ، ٦) × (٢ ، -٥)

= (-١٠ - ١٢) $\vec{ع}$ = $-٢٢ \vec{ع}$

ق ، (٢ ، -٥) ، ر ، أ (١ ، ٣) ، (-١ ، -٣) ، ب

(١٦) ∵ ع⃗ = ٤ س⃗ + ٥ ص⃗ خط عمله يوازي خط عمل القوة ق⃗١ = ١٢ س⃗ + ل ص⃗

ميل خط عمل الأولى = ميل خط عمل الثانية

٥/٤ = ل/١٢ ⇐ ل = ٦٠/٤ = ١٥

∴ ق⃗١ = ١٢ س⃗ + ١٥ ص⃗ = ٣ (٤ س⃗ + ٥ ص⃗)

∴ ق⃗١ = ٣ ع⃗ ∴ ق١ > ق٢

∵ ع⃗ = ق⃗١ − ق⃗٢ ∴ ٤ س⃗ + ٥ ص⃗ = ١٢ س⃗ + ١٥ ص⃗ − ق⃗٢

∴ ق⃗٢ = ١٢ س⃗ + ١٥ ص⃗ − ٤ س⃗ − ٥ ص⃗ ⇐ **ق⃗٢ = ٨ س⃗ + ١٠ ص⃗**

(١٧) ∵ أ⃗ = ٣ س⃗ + ٤ ص⃗ ، ب⃗ = ٨ س⃗ − ٦ ص⃗ متجهين ولنفرض أن θ قياس الزاوية بينهما

∴ جتا θ = (أ⃗ ⊙ ب⃗) / (||أ⃗|| ||ب⃗||) = ((٣ ، ٤) ⊙ (٨ ، −٦)) / (√٢٥ √١٠٠) = (٢٤ − ٢٤) / (٥ × ١٠) = ٠

∴ θ = ٩٠°

أو كالآتي م١ م٢ = م_أ × م_ب = ٤/٣ × −٦/٨ = −٢٤/٢٤ = −١ ∴ أ⃗ ⊥ ب⃗

∴ θ = ٩٠°

(١٨) ∵ ق⃗١ // ق⃗٢ ، ||ق⃗١|| = ١٠ نيوتن ، ||ع⃗|| = ٦ نيوتن

∵ ع < ق١ ∴ هناك احتمالين

أولا: ق١ > ق٢

ع = ق١ − ق٢

٦ = ١٠ − ق٢

∴ ق٢ = ١٠ − ٦

ق٢ = ٤

وإما: ق٢ > ق١

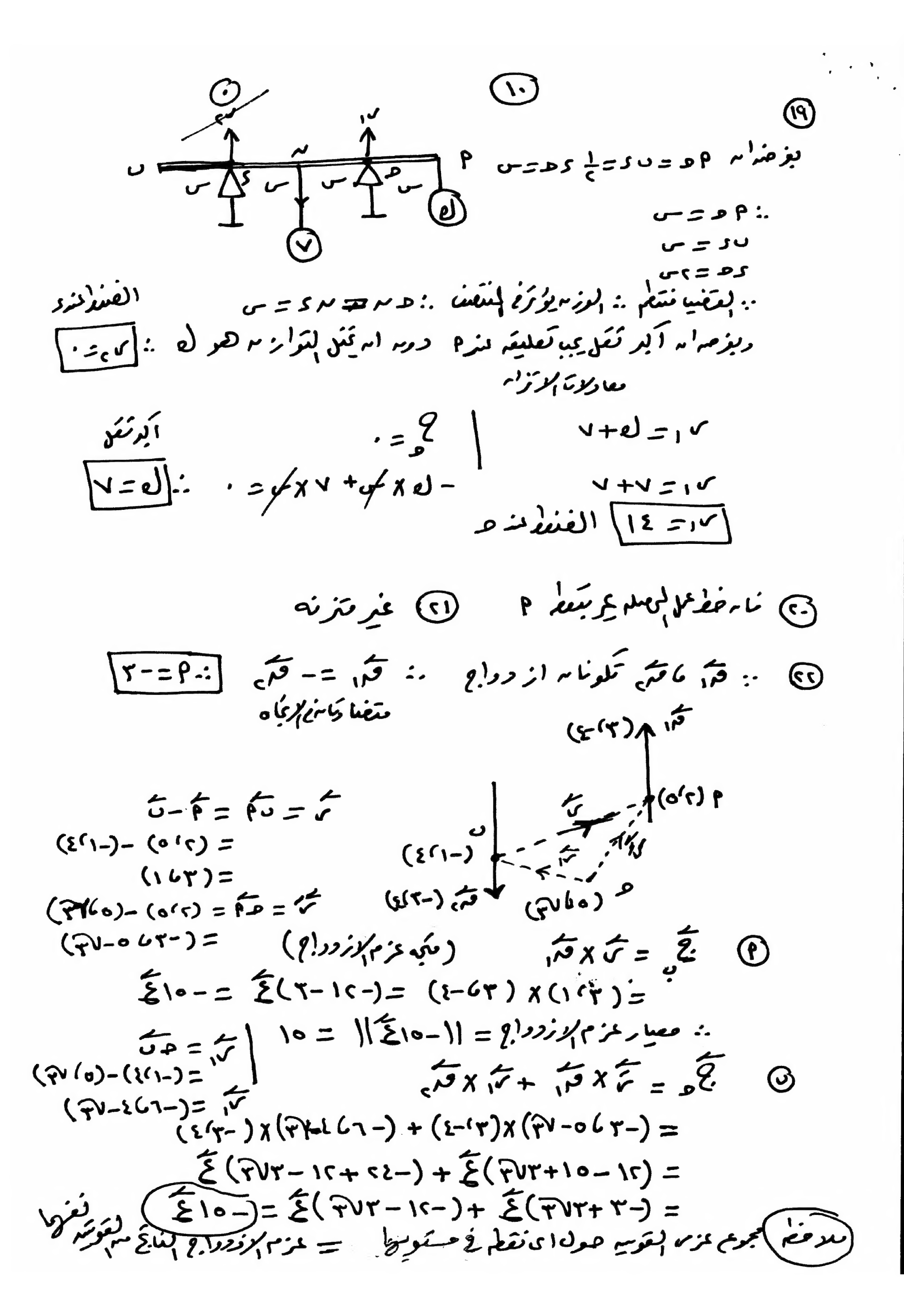
ع = ق٢ − ق١

٦ = ق٢ − ١٠

ق٢ = ٦ + ١٠

ق٢ = ١٦

∴ ق٢ ∈ { ٤ ، ١٦ }



(١٩) نفرض أن أ هـ = ب د = ½ د هـ = س

∴ أ هـ = س
ب د = س
د هـ = ٢س

∵ القضيب منتظم ∴ الوزن يؤثر في المنتصف ∴ هـ ن = ن د = س

ونفرض أن أكبر ثقل يجب تعليقه عند أ دون أن يختل التوازن هو ك ∴ ر٢ = ٠ (الضغط عند د)

معادلات الاتزان

ر١ = ك + ٧ | جـهـ = ٠

ر١ = ٧ + ٧ | -ك × س + ٧ × س = ٠ ∴ ك = ٧ أكبر ثقل

ر١ = ١٤ الضغط عند هـ

(٢٠) يمر خط عمل المحصلة عبر بنقطة أ (٢١) غير متزنة

(٢٢) ∵ ق١، ق٢ تكونان ازدواج ∴ ق١ = -ق٢ متضادتان في الاتجاه ∴ أ = -٣

ر = ب أ = أ - ب
= (٢،٥) - (-١،٤)
= (٣،١)

ر٢ = هـ أ = (٢،٥) - (٥،√٣)
= (-٣، ٥-√٣)

(أ) جـب = ر × ق١ (متجه عزم الازدواج)

= (٣،١) × (٣،-٤) = (-١٢-٣)ع = -١٥ع

∴ معيار عزم الازدواج = ||-١٥ع|| = ١٥

(ب) جـهـ = ر٢ × ق١ + ر٣ × ق٢

ر٣ = هـ ب
= (-١،٤) - (٥،√٣)
ر٣ = (-٦، ٤-√٣)

= (-٣، ٥-√٣) × (٣،-٤) + (-٦، ٤-√٣) × (-٣،٤)

= (١٢ - ١٥ + ٣√٣) ع + (-٢٤ + ١٢ - ٣√٣) ع

= (-٣ + ٣√٣) ع + (-١٢ - ٣√٣) ع = -١٥ع

ملاحظة: مجموع عزوم القوتين حول أي نقطة في مستويهما = عزم الازدواج الناتج من القوتين نفسهما

(٢٣) أ = (٢، ٢) ، ب = (-١، ٧) ، ق = (٢٠، -١٥)

أب = ب - أ = (-١، ٧) - (٢، ٢) = (-٣، ٤)

∵ مركبة ق في اتجاه أب (المركبة الاتجاهية) = $\frac{ق \cdot أب}{\|أب\|^2}$. أب

= $\frac{(٢٠، -١٥) \cdot (-٣، ٤)}{(\sqrt{٢٥})^2}$ (-٣، ٤)

= $\frac{-٦٠ - ٦٠}{٢٥}$ (-٣، ٤) = $\frac{-١٢٠}{٢٥}$ (-٣، ٤) = $\frac{-٢٤}{٥}$ (-٣، ٤)

= ($\frac{٧٢}{٥}$ ، $\frac{-٩٦}{٥}$)

(٢٤) ∵ أ × ب = متجه عمودي على كل من أ ، ب ، جـ في نفس مستوى أ ، ب

∴ (أ × ب) · جـ = ٠

(٢٥) لهما نفس الاتجاه ونفس المقدار ($ع_1 = ع_2$) ، محصلتهما تلاشي (متقدم)
($ع_1 + ع_2 = ب$)

(٢٦) خشنة

(٢٧) (ق ، ك) تكونه ازدواج وليكن $ع_1$
(ل ، ١٢) تكون " " $ع_2$

∵ المجموعة متزنة

$\|ع_1\| = \|ع_2\|$

ق × س جاهـ = ١٢ × ٢س جتاهـ

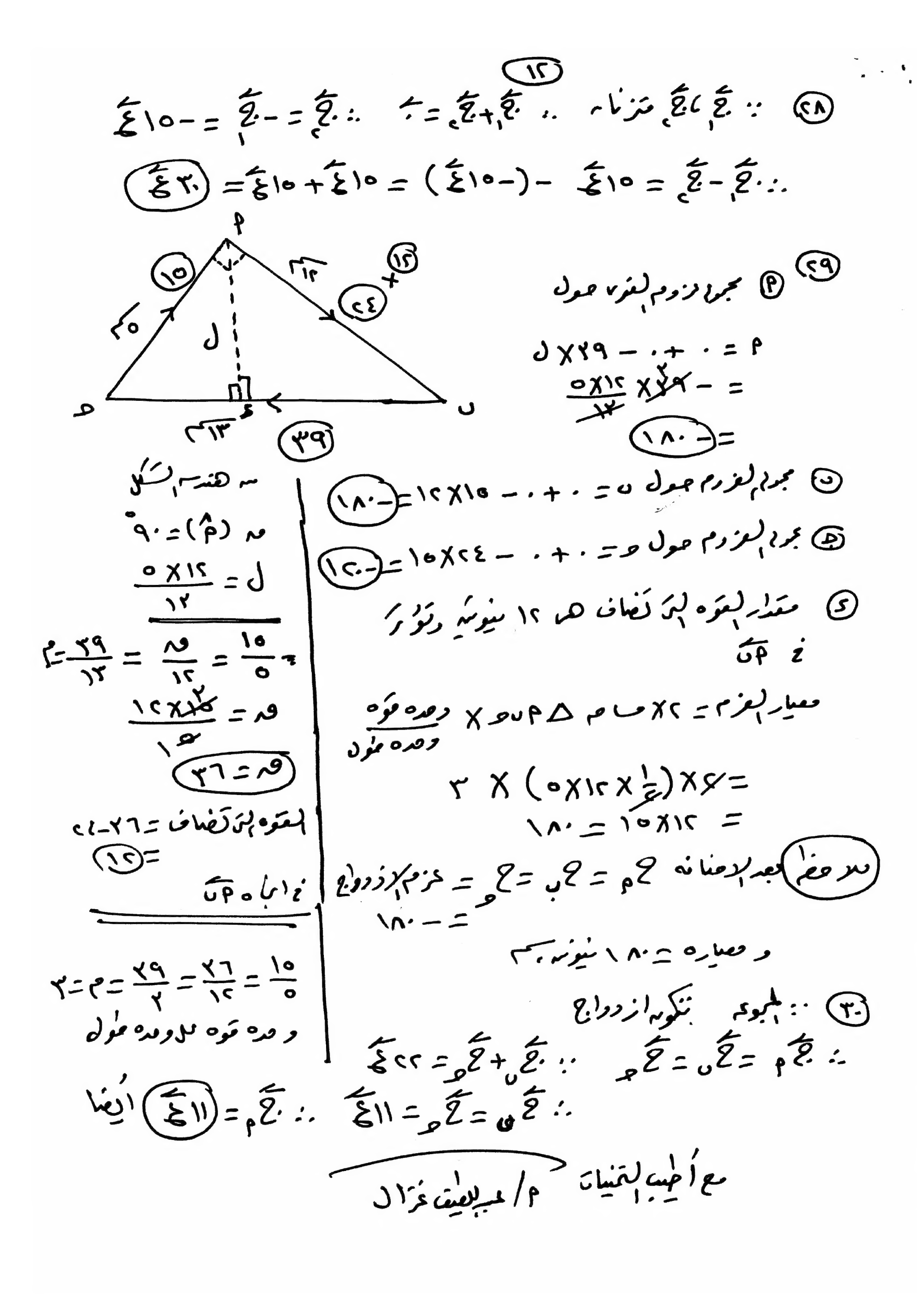
ق × $\frac{٣}{٥}$ = ١٢ × ٢ × $\frac{٤}{٥}$

ق = ٤ × ٨ = ٣٢

ق = ك = ٣٢ ، ل = ١٢

∴ ق + ك + ل = ٣٢ + ٣٢ + ١٢ = (٧٦) نيوتن

∵ ٤ أب = ب د = س
أ د = د م = س
م ب = ٢ س



(٢٨) ∵ $\overline{ج}_1$ ، $\overline{ج}_2$ متزنان ∴ $\overline{ج}_1 + \overline{ج}_2 = \overline{ب}$ ∴ $\overline{ج}_2 = -\overline{ج}_1 = -١٠\overline{ع}$

∴ $\overline{ج}_1 - \overline{ج}_2 = ١٠\overline{ع} - (-١٠\overline{ع}) = ١٠\overline{ع} + ١٠\overline{ع} = ٢٠\overline{ع}$

(٢٩)

(أ) مجموع عزوم القوى حول أ

$= ٠ + ٠ - ٢٩ \times ل$

$= - ٢٩ \times \frac{١٢ \times ٥}{١٣}$

$= -١٨٠$

(ب) مجموع العزوم حول ب $= ٠ + ٠ - ١٥ \times ١٢ = -١٨٠$

(جـ) مجموع العزوم حول جـ $= ٠ + ٠ - ٢٤ \times ١٥ = -١٨٠$

(د) مقدار القوة التي تضاف هي ١٢ نيوتن وتؤثر في $\overrightarrow{ب أ}$

معيار العزم $= ٢ \times$ مساحة $\triangle$ أ ب جـ $\times \frac{\text{وحدة قوة}}{\text{وحدة طول}}$

$= ٢ \times (\frac{١}{٢} \times ١٢ \times ٥) \times ٣$

$= ١٢ \times ١٥ = ١٨٠$

ملاحظة: بعد الإضافة $جـ_أ = جـ_ب = جـ_جـ =$ عزم الازدواج

$= -١٨٠$

ومعياره $= ١٨٠$ نيوتن.سم

∵ هندسة الشكل

ق(أ) = ٩٠°

$ل = \frac{١٢ \times ٥}{١٣}$

$\frac{١٥}{٥} = \frac{ق}{١٢} = \frac{٣٩}{١٣} = م$

$ق = \frac{١٢ \times ١٥}{٥}$

ق = ٣٦

القوة التي تضاف = ٣٦ − ٢٤ = ١٢

في اتجاه $\overrightarrow{ب أ}$

$\frac{١٥}{٥} = \frac{٣٦}{١٢} = \frac{٣٩}{١٣} = م = ٣$

وحدة قوة لكل وحدة طول

(٣٠) ∵ المجموعة تكافئ ازدواج

∴ $\overline{ج}_أ = \overline{ج}_ب = \overline{ج}_جـ$ ∵ $\overline{ج}_ب + \overline{ج}_جـ = ٢٢\overline{ع}$

∴ $\overline{ج}_ب = \overline{ج}_جـ = ١١\overline{ع}$ ∴ $\overline{ج}_أ = ١١\overline{ع}$ أيضاً

مع أطيب التمنيات م/ عبد اللطيف غزال